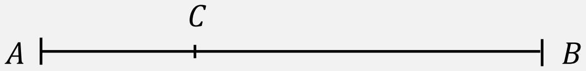
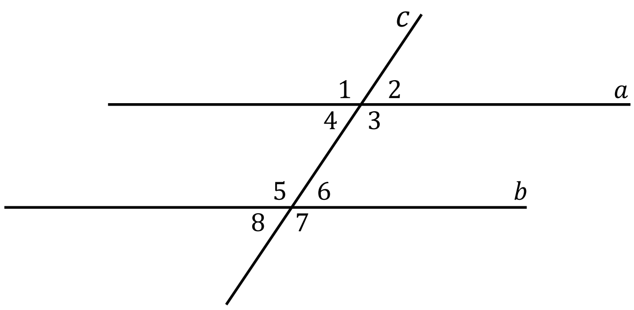
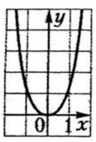
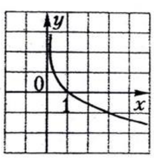
Тест 2 2025/2026

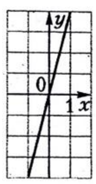
Время на тест 210 минут. При выполнении теста ЗАПРЕЩАЕТСЯ пользоваться калькулятором. **В заданиях А6 и А10 возможны два и более вариантов ответа.**

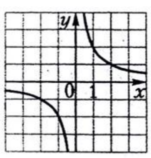
<table>
<tr><td>А1</td><td>Точка C делит отрезок AB в отношении $2:3$ считая от точки A. Какую часть составляет длина отрезка CB от длины отрезка AB?</td><td>1) $\frac{2}{3}$;
2) $\frac{3}{2}$;
3) $\frac{2}{5}$;
4) $\frac{3}{5}$;
5) $\frac{5}{3}$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Решение:


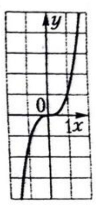
Т.к. точка C делит отрезок AB в отношении $2:3$, то длина отрезка AB состоит из 5 частей.
$\frac{CB}{AB}=\frac{3}{5}$

Ответ: 4.</td></tr>
<tr><td>А2</td><td>Даны две параллельные прямые и секущая. Найдите градусную меру угла 7, если $\angle 2+\angle 6=50°$.

</td><td>1) $50°$;
2) $155°$;
3) $25°$;
4) $165°$;
5) $130°$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Решение:
Углы 2 и 6 соответственные при параллельных прямых и секущей.
Значит $\angle 2=\angle 6=50°:2=25°$.
Углы 6 и 7 смежные. $\angle 6+\angle 7=180°$ $\angle 7=180°-\angle 6=180°-25°=155°$
Ответ: 2.</td></tr>
<tr><td>А3</td><td>Укажите номер рисунка, на котором изображен график функции
$y=log_{\frac{1}{3}}x$:
1.


2.


3.


4.


5.

</td><td>1) 1;
2) 2;
3) 3;
4) 4;
5) 5.</td></tr>
</table>

Решение:

График функции $y = log_{\frac{1}{3}}x$ изображен на рисунке 2.

Ответ: 2.

А4	Выберете верное утверждение $1)\ \sqrt{3} \in Q$; $2) - 3 \in N$; $3)\ O \in Z$; $4)\ 2{,}3 \in I$; $5)\ \frac{1}{5} \in Z$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Решение:

Натуральные числа (N) — это числа, которые мы используем для счета предметов.

$-3 \notin N$

Целые числа (Z) — это натуральные числа, им противоположные и ноль.

$O \in Z$; $\frac{1}{5} \notin Z$

Рациональные числа (Q) — это числа, которые можно представить в виде дроби $\frac{a}{b}$, где a – целое число, b — натуральное. Это значит, что любое число, которое можно записать в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби, является рациональным числом. $\sqrt{3} \notin Q$

Иррациональные числа (I) — это числа, которые нельзя представить в виде дроби a/b, где а и b — целые числа, а $b \neq 0$. Иррациональные числа имеют бесконечное непериодическое десятичное представление.

$2{,}3 \notin I$

Ответ: 3.

А5	Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x > 1, \\ -2x \le 3 \end{cases}$.	1) $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]$; 2) $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$; 3) $\left(\frac{1}{4};\ +\infty\right)$; 4) $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ 5) $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Решение:

$$\begin{cases} 4x > 1, \\ -2x \le 3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x > \frac{1}{4}, \\ x \ge -\frac{3}{2}; \end{cases} \qquad x > \frac{1}{4}; \qquad x \in \left(\frac{1}{4}; +\infty\right).$$

Ответ: 3.

А6	Укажите уравнения не имеющие корней: 1) $\sin x = 0{,}5$; 2) $\sqrt{x} = 4$; 3) $log_3 x = 2$; 4) $\cos x = -\sqrt{2}$; 5) $2^{-x} + 4 = 0$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Решение:

Не имеет корней уравнение $\cos x = -\sqrt{2}$, т.к. $\cos x \in [-1; 1]$; $-\sqrt{2} \notin [-1; 1]$ и уравнение $2^{-x} + 4 = 0$ $2^{-x} = -4$, но $2^{-x} > 0$

Ответ: 4; 5.

A7	Разложите на множители многочлен $a^3-4a^2+5a-20$.	1) $(a-4)(a+5)$; 2) $(a-4)(a^2+5)$; 3) $(a-5)(a^2+4)$; 4) $a(a^2-4a+5)-20$; 5) $(a+4)(a^2-5)$.

Решение:

Разложим многочлен на множители с помощью способа группировки:

$a^3-4a^2+5a-20=(a^3-4a^2)+(5a-20)=a^2(a-4)+5(a-4)=(a-4)(a^2+5)$.

Ответ: 2.

A8	Укажите номер неравенства, решением которого является любое действительное число: 1) $3x^2>0$; 2) $8x^2-3x+5\geq 0$; 3) $x^2+6x+9>0$ 4) $2x^2-7x+3\geq 0$; 5) $6x^2+x\geq 0$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Решение:

1) $3x^2>0$; $x^2>0$; $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.
2) $8x^2-3x+5\geq 0$; $D<0$, $a=8>0$, значит ветви параболы направлены вверх и она не пересекает ось ОХ. Т.о. $x\in R$.
3) $x^2+6x+9>0$; $(x+3)^2>0$; $x\in(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$.
4) $2x^2-7x+3\geq 0$; $D=25$; $x_1=3$; $x_2=0{,}5$; $x\in\cup(-\infty;0{,}5]\cup[3;+\infty)$.
5) $6x^2+x\geq 0$; $D=1$; $x_1=0$; $x_2=-\frac{1}{6}$; $x\in\cup\left(-\infty;-\frac{1}{6}\right]\cup[0;+\infty)$.

Ответ: 2.

A9	Найдите объем конуса, если его осевое сечение является равносторонним треугольником со стороной 4 .	1) $8\pi\sqrt{3}$; 2) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$; 3) $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}$; 4) $\frac{8\pi}{3}$; 5) $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$.

Решение:

Рассмотрим равносторонний Δ ABC – осевое сечение конуса.

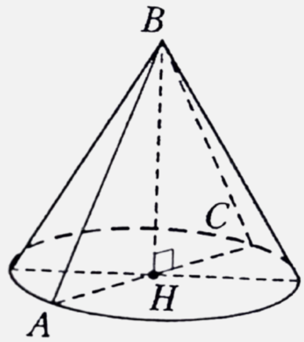
$\mathrm{AB}=BC=AC=4$; BH – высота и медиана. $\mathrm{AH}=HC=\frac{AC}{2}=2$;

$BH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$, где $r=AH=2$;

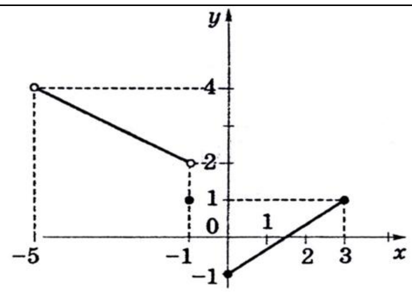
$h=BH=2\sqrt{3}$.

$V=\frac{1}{3}\pi\cdot 4\cdot 2\sqrt{3}=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$.



Ответ: 5.

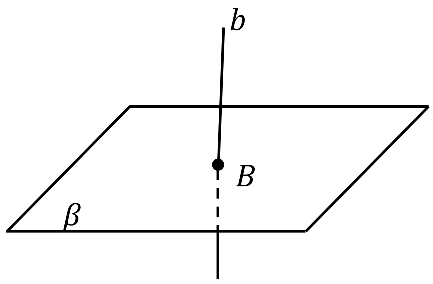
A10	Функция задана графиком	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.



Укажите номера верных утверждений:
1) область определения $(-5; -1) \cup [0; 3]$;
2) функция имеет один нуль;
3) $f(-1) - f(0) = 0$;
4) множество значений $[-1;1] \cup (2; 4)$;
5) функция возрастает $[0;1]$.

Решение:

1) утверждение неверно.
Множество значений аргумента называют областью определения функции.
Область определения данной функции: $(-5; -1] \cup [0; 3]$;
2) верно.
Нуль функции —это значение аргумента при котором значение функции равно нулю (на графике – это тачка пересечения с осью ОХ) ;
3) неверно,
$f(-1) = 1$; $f(0) = -1$; $1 - (-1) = 2$;
4) верно.
Множество значений функции называют областью значений.
5) верно.
Функция называется возрастающей, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.
Ответ: 2; 4; 5.

B1	Выберите верные утверждения, если известно, что прямая *b* перпендикулярна плоскости β и пересекает ее в точке *B*.
	1) Любая прямая, перпендикулярная плоскости β параллельна прямой *b*. 2) Любая прямая, перпендикулярная прямой *b*, лежит в плоскости β. 3) Прямая *b* перпендикулярна любой прямой плоскости β. 4) Через прямую *b* проходит единственная плоскость, перпендикулярная плоскости β. 5) Существует множество плоскостей, перпендикулярных прямой *b*. 6) Существует единственная прямая, параллельная прямой *b* и перпендикулярная плоскости β. 
	Ответ запишите цифрами в порядке возрастания. **Например: 123**

Решение:

1) Любая прямая, перпендикулярная плоскости β параллельна прямой b — верно.
2) Любая прямая, перпендикулярная прямой b, лежит в плоскости β — неверно.
3) Прямая b перпендикулярна любой прямой плоскости β — верно.
4) Через прямую b проходит единственная плоскость, перпендикулярная плоскости β — неверно.
5) Существует множество плоскостей, перпендикулярных прямой b — верно.
6) Существует единственная прямая, параллельная прямой b и перпендикулярная плоскости β — неверно.

Ответ: $\mathbf{135}$.

B2

Для начала каждого из предложений $\text{А} - \text{В}$ подберите его окончание $1 - 6$ так, чтобы получилось верное утверждение.

Начало предложения	Окончание предложения
А) $arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} - arcctg(-\sqrt{3})$. Б) $\sin\left(arcsin\left(-\frac{2}{7}\right)\right) + ctg\left(arcctg\frac{3}{7}\right)$. В) $tg\left(5arctg\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4}arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.	1) $\frac{1}{7}$; 2) -1; 3) $-\frac{1}{7}$; 4) 1; 5) $-\frac{7\pi}{12}$; 6) $-\sqrt{3}$.

Ответ запишите в виде сочетания букв и цифр, соблюдая алфавитную последовательность букв левого столбца. Помните, что некоторые данные правого столбца могут использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Буквы в ответе вводятся заглавными при помощи русской раскладки клавиатуры.
Например: $\text{А}\mathbf{1}\text{Б}\mathbf{1}\text{В}\mathbf{4}$.

Решение:

А) $arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} - arcctg(-\sqrt{3}) = arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} - (\pi - arcctg\sqrt{3}) = \frac{\pi}{4} - \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{7\pi}{12}$;
Б) Т.к. $\sin(arcsin\, b) = b$ при $b \in [-1; 1]$ и $tg(arctgb) = b$ при $b \in R$,
то $sin\left(arcsin\left(-\frac{2}{7}\right)\right) + ctg\left(arctg\frac{3}{7}\right) = -\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$;
В) $tg\left(5arctg\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4}arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = tg\left(5 \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{3}\right) = tg\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{12}\right) = tg\frac{3\pi}{4} = tg\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -tg\frac{\pi}{4} = -1$.
Ответ: $\text{А}\mathbf{5}\text{Б}\mathbf{1}\text{В}\mathbf{2}$.

B3

Вычислите: $4tg\frac{5\pi}{4} \cdot cos\frac{11\pi}{6} \cdot sin\frac{4\pi}{3}$.

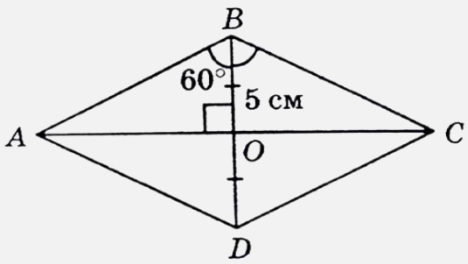
Решение:

$$tg\frac{5\pi}{4} = tg\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = tg\frac{\pi}{4} = 1; \quad cos\frac{11\pi}{6} = cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$
$$sin\frac{4\pi}{3} = sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$
Тогда $4tg\frac{5\pi}{4} \cdot cos\frac{11\pi}{6} \cdot sin\frac{4\pi}{3} = 4 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{4} \cdot 4 = -3$.
Ответ: $\mathbf{-3}$.

<table>
<tr><td>B4</td><td>Один из углов ромба равен 120°, меньшая диагональ равна 10. Найдите периметр ромба.</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Решение:

Рассмотрим ромб $ABCD$, в котором диагонали пересекаются в точке O и $\angle ABC = 120°, BD = 10$.



Тогда по свойствам ромба получим:

$\angle ABO = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°;$

$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

Рассмотрим прямоугольный ΔABO.

Т.к. сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°, то

$\angle BAO = 90° - \angle ABO = 90° - 60° = 30°.$

Поскольку катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы, то $BO = \frac{1}{2}AB$, откуда $AB = 2BO = 2 \cdot 5 = 10$.

Т.к. у ромба все стороны равны, то его периметр равен:

$P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 10 = 40.$

Ответ: $\mathbf{40}$.

</td></tr>
<tr><td>B5</td><td>Сумма квадратов цифр некоторого двузначного числа на 1 больше утроенного произведения этих цифр. После деления этого двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 7 и в остатке 6. Найдите это двузначное число.</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Решение:

x – первая цифра двузначного числа, y – вторая. Тогда число равно $10x + y$. Если число делится с остатком, то число = делитель · неполное частное + остаток

Составляем систему по условию задачи:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy = 1, \\ 10x + y = 7(x + y) + 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = 2, \\ x^2 + y^2 - 3xy = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y + 2, \\ y^2 - 2y - 3 = 0; \end{cases} \quad y_1 = 3; \quad y_2 = -1$$

$y = -1$ – не может быть по смыслу задачи; $y = 3$, $x = 8$

Ответ: $\mathbf{83}$.

</td></tr>
<tr><td>B6</td><td>Даны три последовательных члена геометрической прогрессии 7; x; 63. Найдите x, если знаменатель прогрессии меньше нуля.</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Решение:

По свойству геометрической прогрессии получим $x^2 = 7 \cdot 63$; $x^2 = 7 \cdot 7 \cdot 9$; $x = \pm 7 \cdot 3$; $x = \pm 21$. Т.к. $q < 0$, то $x = -21$.

Ответ: -21.

</td></tr>
<tr><td>B7</td><td>Найдите значение выражения $x_1 \cdot y_2 + y_1 x_2$, если $(x_1; y_1)$ и $(x_2 y_2)$ – решения системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2xy + 4, \\ x + y = 6. \end{cases}$</td></tr>
</table>

Решение:

$\begin{cases} x^2+y^2=2xy+4, \\ x+y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-2xy+y^2=4, \\ x+y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} (x-y)^2=4, \\ x+y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=\pm 2, \\ x+y=6. \end{cases}$

Тогда $\begin{cases} x-y=2, \\ x+y=6; \end{cases}$ или $\begin{cases} x-y=-2, \\ x+y=6; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x=8, \\ x+y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=4, \\ x+y=6; \end{cases}$

$\begin{cases} x=4, \\ y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ y=4. \end{cases}$

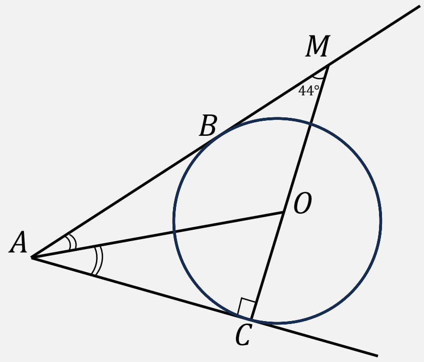
Таким образом, исходная система имеет два решения: $(4;2)$; $(2;4)$.

$$x_1\cdot y_2+y_1x_2=4\cdot 4+2\cdot 2=20$$

Ответ: 20.

B8 Из точки A к окружности с центром в точке O проведены две касательные AB и AC, где B и C – точки касания. Через точки C и O проведена прямая, которая пересекает касательную AB в точке $M.$ Найдите градусную меру $\angle OAC$, если $\angle AMC=44°$.

Решение:



AC – касательная, OC – радиус, следовательно

$\angle OCA=\angle MCA=90^{\circ}$.

ΔMCA – прямоугольный,

$\angle A=180^{\circ}-\angle MCA-\angle AMC=180^{\circ}-90^{\circ}-44^{\circ}=46^{\circ}$

AO – биссектриса $\angle MA$C,

$\angle OAC=\frac{1}{2}\angle MAC=23^{\circ}$.

Ответ: 23.

B9 Найдите значение выражения $2\log_{\frac{1}{4}}tg30°+\log_{\frac{1}{2}}cos30°$.

Решение:

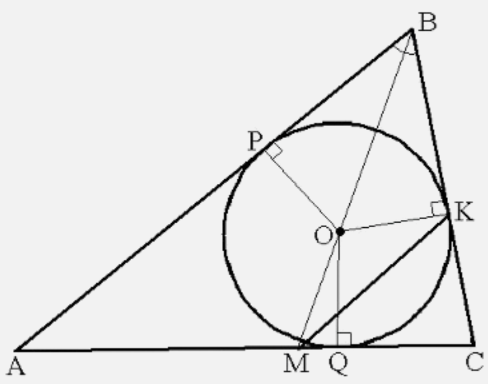
$$2\log_{\frac{1}{4}}tg30°+\log_{\frac{1}{2}}cos30°=2\cdot\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}tg30°+\log_{\frac{1}{2}}cos30°=$$

$$=\log_{\frac{1}{2}}\left(tg30°cos30°\right)=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{sin30°}{cos30°}cos30°\right)=\log_{\frac{1}{2}}sin30°=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=1.$$

Ответ: 1.

B10 В треугольнике ABC проведена биссектриса BM, точка K – точка касания вписанной окружности со стороной $BC.KM \parallel AB.$ Найдите сторону AB, если $BC=12, AC=17.$

Решение:



Центр вписанной окружности находится в точке пересечения биссектрис треугольника.

Если в условии задачи есть параллельные отрезки и биссектриса, то стоит поискать равнобедренный треугольник.

Действительно, $\angle KMB=\angle PBM$, как накрестлежащие, и $\angle PBM=\angle MBK$ – по условию, т.к. ВМ - биссектриса.

Тогда $\angle KMB=\angle KBM$, а значит, ΔMBK – равнобедренный и $MK=BK=BP=x$.

Получаем $KC=CQ=12-x,\ PA=AQ=5+x$.

Тогда $AB=5+2x$.

Рассмотрим подобные треугольники MKC и ABC. $\frac{MK}{AB} = \frac{KC}{BC}$

$\frac{x}{5+2x} = \frac{12-x}{12}$, $12x = (12-x)(5+2x)$, откуда x = 7,5.

AB = 5 +2x = 5 + 15 = 20.

Ответ: 20.

B11 Найдите суммы целых значений из области значений функции $y = sin^2x - 2sinx - 3$.

Решение:

$y = sin^2x - 2sinx - 3 = sin^2x - 2sinx + 1 - 4 = (sinx - 1)^2 - 4$.

Т.к. $-1 \le sinx \le 1$, то $-2 \le sinx - 1 \le 0$,

$$0 \le (sinx - 1)^2 \le 4,$$

$$-4 \le (sinx - 1)^2 - 4 \le 0.$$

Область значений $E = [-4; 0]$.

$-4 + (-3) + (-2) + (-1) + 0 = -10$

Ответ: -10.

B12 Велосипедист должен был проехать 48 км с определенной скоростью, но по некоторым причинам первую половину пути он ехал со скоростью, на 20% меньшей, а вторую половину пути – на 2 км/ч большей, чем ему полагалось. На весь путь велосипедист затратил 5 ч. Найдите запланированную скорость (в км/ч) велосипедиста.

Решение:

Пусть x км/ч – первоначальная скорость велосипедиста.

Тогда половину пути он проехал за $\frac{24}{0,8x}$ ч.

Т.к. всего затратил 5 ч, то составляем уравнение:

$\frac{24}{0,8x} + \frac{24}{x+2} = 5$; $10x^2 - 88x - 120 = 0$;

$5x^2 - 44x - 60 = 0$

$x_{1,2} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 300}}{5} = \frac{22 \pm 28}{5}$

$x_1 = 10$, $x_2 = -1,2$ – не удовлетворяет смыслу задачи.

Первоначальная скорость – 10 км/ч.

Ответ: 10.

B13 Решите неравенство $log_7 \frac{2x}{x-2} < sin450°$. В ответ запишите произведение наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства.

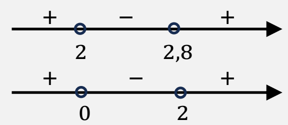
Решение:

Т.к. $sin450° = \sin(360° + 90°) = sin90° = 1$, то $log_7 \frac{2x}{x-2} < 1$;

$$log_7 \frac{2x}{x-2} < log_7 7.$$

Т.к. $7 > 1$ и логарифм определен только для положительных чисел, то $0 < \frac{2x}{x-2} < 7$.

Тогда $\begin{cases} \frac{2x}{x-2} < 7, \\ \frac{2x}{x-2} > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{5x-14}{x-2} > 0, \\ \frac{x}{x-2} > 0; \end{cases}$



$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < 2, \\ x > 2{,}8; \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x < 0, \\ x > 2; \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} x < 0, \\ x > 2{,}8. \end{array}\right. \quad x \in (-\infty; 0) \cup (2{,}8; +\infty).$$

$-1 \cdot 3 = -3.$

Ответ: $\mathbf{-3}$.

B14 Решите уравнение $sin\ x + sin\ 0{,}5x = 0$. Найдите количество корней на $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

Решение:

$sinx + sin0{,}5x = 0$

Применим формулу синуса двойного аргумента и получим:

$2sin\frac{x}{2}cos\frac{x}{2} + sin\frac{x}{2} = 0; \qquad sin\frac{x}{2}\left(2cos\frac{x}{2} + 1\right) = 0.$

Отсюда $\quad sin\frac{x}{2} = 0$; $\quad \frac{x}{2} = \pi k, k \in Z; \quad x = 2\pi k, k \in Z$

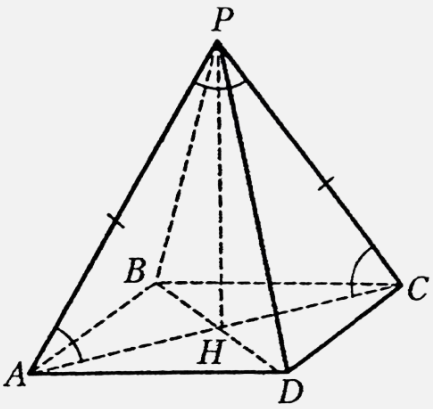
или $2cos\frac{x}{2} + 1 = 0.$; $\quad \frac{x}{2} = \pm arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; \quad x = \pm\frac{4\pi}{3} + 4\pi n, n \in Z.$

На данном отрезке уравнение имеет 3 корня: $\quad 0; \frac{4\pi}{3}$ и 2π.

Ответ: $\mathbf{3}$.

B15 Найдите объем V правильной четырехугольной пирамиды, если ее диагональным сечением является равносторонний треугольник, площадь которого равна $16\sqrt{3}$. В ответ запишите $\sqrt{3}V$.

Решение:



Т.к. $\triangle APK$ равносторонний и его площадь равна $16\sqrt{3}$, то по формуле $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ найдем длину стороны данного треугольника:

$16\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; \quad a^2 = 64; \quad a = 8$, т. е. $AC = 8$.

Отрезок PH – высота равностороннего $\triangle APC$, тогда $PH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}.$

Т.к. четырехугольная пирамида правильная, то ее основание – квадрат,

тогда $S_{\text{осн}} = S_{ABCD} = \frac{AC^2}{2} = 32.$

$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}} \cdot h; \quad V = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 4\sqrt{3} = \frac{128\sqrt{3}}{3}.$

$\sqrt{3} \cdot V = \frac{\sqrt{3} \cdot 128\sqrt{3}}{3} = 128.$

Ответ: $\mathbf{128}$.

B16 Решите уравнение$(5x^2 + 17x + 14)\sqrt{4 + 3x} = 0$. Найдите количество корней уравнения.

Решение:

$$(5x^2 + 17x + 14)\sqrt{4 + 3x} = 0; \quad \left[\begin{array}{l} 4 + 3x = 0; \\ \begin{cases} 5x^2 + 17x + 14 = 0, \\ 4 + 3x \ge 0; \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = -1\frac{1}{3}, \\ x = -2, \\ x = -1{,}4. \end{array}\right.$$

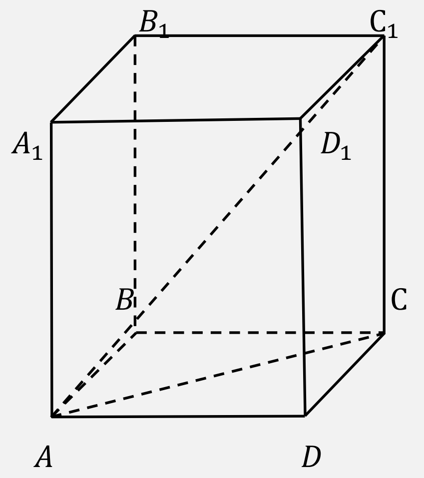
Условию $x \ge -1\frac{1}{3}$ удовлетворяет 1 корень.

Ответ: 1.

B17	В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1 и 4 и острым углом $60°$. Большая диагональ параллелепипеда равна 5 . Найдите V объем. В ответ запишите V^2.

Решение:

$AB = 1$, $AD = 4$, $\angle BAD = 60°$,
большая диагональ $AC_1 = 5$.
$V = S_{\text{осн}} \cdot \mathrm{CC}_1$.
$S_{\text{осн}} = AB \cdot AD \cdot sin60° = 2\sqrt{3}$.
Высоту CC_1 параллелепипеда можно найти из прямоугольного $\Delta\ ACC_1$ $(\angle ACC_1 = 90°, AC_1 = 5\ )$.
Для этого достаточно найти AC. По теореме косинусов
$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot cos120° = 21$
В прямоугольном треугольнике ACC_1
катет $CC_1 = \sqrt{{AC_1}^2 - AC^2} = 2$.
$V = S_{\text{осн}} \cdot \mathrm{CC}_1 = 4\sqrt{3}$. $V^2 = 48$



Ответ: 48.

B18	Найдите сумму целых решений неравенства $9^{\frac{x}{2}} - 4 \cdot 3^{\frac{x}{2}+1} + 27 \leq 0.$

Решение:

Пусть $3^{\frac{x}{2}} = t$, тогда неравенство $9^{\frac{x}{2}} - 4 \cdot 3^{\frac{x}{2}+1} + 27 \leq 0$ принимает вид $t^2 - 12t + 27 \leq 0$;

$$(t-9)(t-3) \leq 0; \quad 3 \leq t \leq 9.$$

Т.е. $3 \leq 3^{\frac{x}{2}} \leq 9$. Т.к. $3 > 1$, то $1 \leq \frac{x}{2} \leq 2$; $\quad 2 \leq x \leq 4$.
Целые решения: 2; 3; 4.
Сумма целых решений неравенства равна 9.
Ответ: 9.

B19	Найдите сумму точек экстремума функции $f(x) = 2 + 6x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$.

Решение:

Для того чтобы найти точки экстремума функции y = f(x), нужно:

1) найти область определения функции D(f)
2) найти производную функции $f'(x)$
3) найти точки из области определения, в которых производная равна нулю или не существует
4) если функция непрерывна в точке x_0, а производная при переходе через эту точку x_0 меняет знак: с «+» на «−», то эта точка — точка максимума функции; с «−» на «+», то эта точка — точка минимума функции.

Точки минимума и точки максимума называют точками экстремума функции.

$f(x) = 2 + 6x^2 - \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4}$; $\quad D(f) = R$;
$f'(x) = 12x - x^2 - x^3 = -x(x^2 + x - 12) = -x(x-3)(x+4)$
$f'(x) = 0$; $\quad x_1 = 0$; $\quad x_2 = 3$; $\quad x_3 = -4$

x		-4		0		3	
$f'(x)$	$+$		$-$		$+$		$-$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

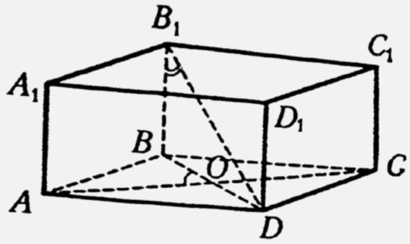
Точки экстремума: $-4;\ 0;\ 3.$

$-4+0+3=-1$

Ответ: $\mathbf{-1}$.

B20	Угол между диагоналями основания прямоугольного параллелепипеда равен $45°$. Диагональ параллелепипеда составляет с боковым ребром угол $60°$. Найдите высоту параллелепипеда, если его объем равен $\frac{9\sqrt{6}}{4}$. В ответ запишите квадрат найденной высоты.

Решение:



Обозначим $BD=AC=d,\ BB_1=H.$

$\angle BOA=45°;\ \ \angle BB_1D=60°.$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}d^2\cdot sin45°=\frac{d^2\sqrt{2}}{4}.$

Из ΔB_1BD $(\angle B=90°)$

$tg60°=\frac{BD}{BB_1}=\frac{d}{H}=\sqrt{3};$

$V_{ABCDA_1B_1C_1D_1}=S_{ABCD}\cdot H;$

$$\begin{cases}\frac{9\sqrt{6}}{4}=\frac{d^2\sqrt{2}}{4}\cdot H,\\ \frac{d}{H}=\sqrt{3};\end{cases}\quad \begin{cases}\frac{9\sqrt{6}}{4}=\frac{d^3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}},\\ H=\frac{d}{\sqrt{3}};\end{cases}\quad \begin{cases}d^3=27,\\ H=\frac{d}{\sqrt{3}};\end{cases}\quad \begin{cases}d=3,\\ H=\frac{3}{\sqrt{3}}.\end{cases}$$

Итак $BB_1=\sqrt{3};\quad \left(\sqrt{3}\right)^2=3.$

Ответ: **3**.